

ΘΕΜΑ Α

Α1. β

Α2. γ

Α2. β

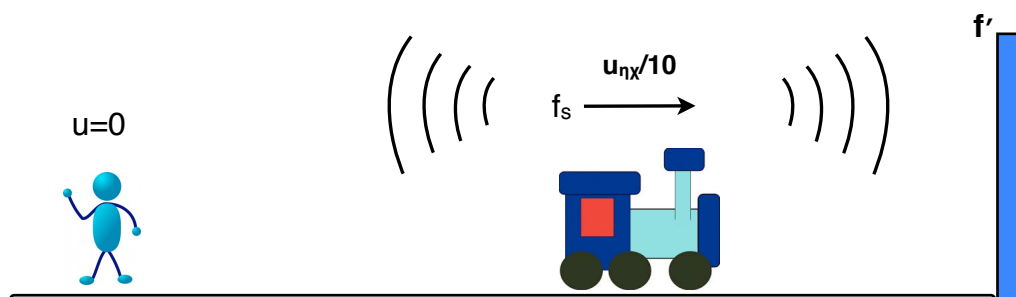
Α3. δ

Α5. Σ - Λ - Σ - Λ - Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Η συχνότητα του ηχητικού κύματος που φτάνει στο ακίνητο εμπόδιο (βράχος) και ανακλάται από αυτό είναι:

$$f' = \frac{u}{u - \frac{u}{10}} f_s = \frac{10}{9} f_s \quad \text{όπου } f_s \text{ η συχνότητα του εκπεμπόμενου ηχητικού κύματος.}$$



Ο ακίνητος παρατηρητής θα αντιλαμβάνεται συχνότητα f_1 , απευθείας από τη σειρά του τρένου, που θα είναι ίση με: $f_1 = \frac{u}{u + \frac{u}{10}} f_s = \frac{10}{11} f_s$ (1), ενώ η συχνότητα

του ηχητικού κύματος f_2 λόγω της ανάκλασης θα είναι: $f_2 = f' = \frac{10}{9} f_s$ (2)

→(ακίνητος παρατηρητής -ακίνητη πηγή).

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι: $\frac{f_1}{f_2} = \frac{9}{11}$ **Σωστό το iii**

B2. Το στάσιμο κύμα που δημιουργείται στη χορδή είναι της μορφής:
 $y = 2A \sigma \nu \nu \frac{2\pi x}{\lambda} \eta \mu \omega t$. Επομένως η μέγιστη ταχύτητα του σημείου Μ θα

προσδιορίζεται από τη σχέση:

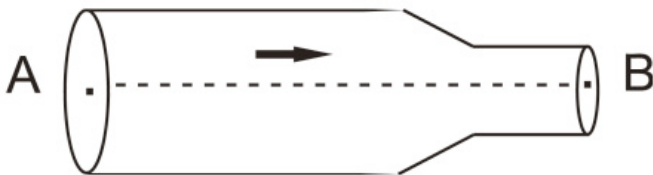
$$u_{(\max)M} = \omega \cdot 2A \left| \sigma \nu \nu \frac{2\pi x_M}{\lambda} \right| = \omega \cdot 2A \left| \sigma \nu \nu \frac{2\pi \cdot \frac{9\lambda}{8}}{\lambda} \right| = \omega \cdot 2A \left| \sigma \nu \nu \frac{2\pi \cdot 9}{8} \right| = \omega \cdot 2A \left| \sigma \nu \nu \frac{9\pi}{4} \right| \text{ ή}$$

$$u_{\max(M)} = \omega \cdot 2A \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\pi}{T} \cdot \omega \cdot 2A \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}\pi A}{T} \quad \underline{\text{Σωστό το i}}$$

B3. Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στο σημείο Α είναι: $\frac{1}{2} \rho u_A^2 = \Lambda$

Από την εξίσωση συνέχειας για τα σημεία Α και Β προκύπτει: $A_A u_A = A_B u_B$ ή $u_B = 2u_A$. Άρα για την κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στο σημείο Β θα είναι:

$$\frac{1}{2} \rho u_B^2 = \frac{1}{2} \rho (2u_A)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} \rho u_A^2 = 4\Lambda$$



Εφαρμόζουμε τώρα την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Α και Β που ανήκουν στην ίδια οριζόντια ρευματική γραμμή:

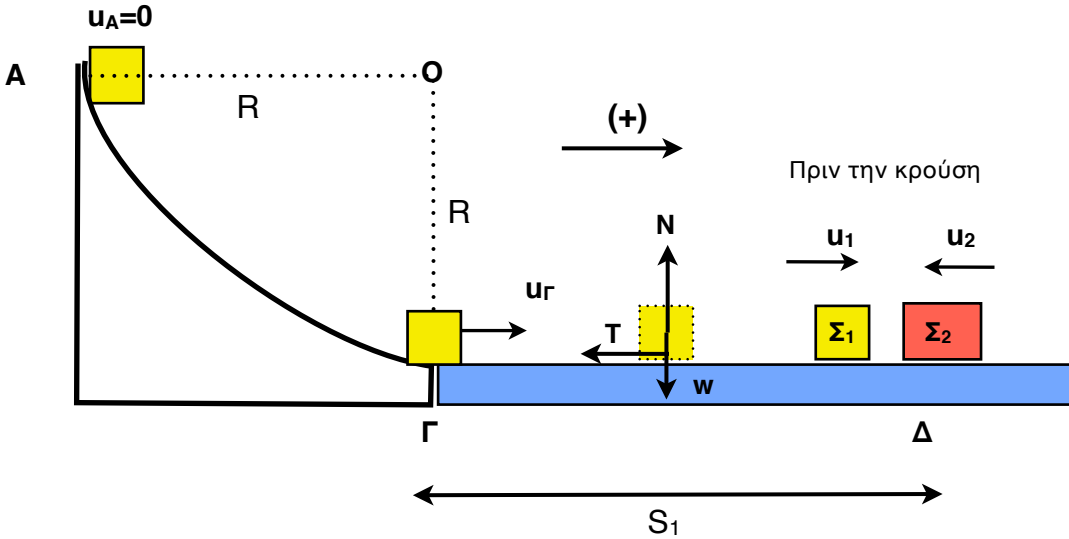
$$p_A + \frac{1}{2} \rho u_A^2 = p_B + \frac{1}{2} \rho u_B^2 \Rightarrow p_A + \Lambda = p_B + 3\Lambda \Rightarrow p_A - p_B = 3\Lambda$$

ή $\Delta p = 3\Lambda$ Σωστό το ii

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Απο την εφαρμογή του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το Σ_1 μεταξύ των θέσεων Α και Γ προκύπτει:

$$\frac{1}{2}m_1u_{\Gamma}^2 - \frac{1}{2}m_1u_A^2 = W_w + W_N \Rightarrow \frac{1}{2}m_1u_{\Gamma}^2 - 0 = m_1gR + 0 \Rightarrow u_{\Gamma} = 10m/s$$



Γ2. Για τη μετάβαση του σώματος m_1 από το Γ στο Δ (ελάχιστα πριν την κρούση)

έχουμε: $K_1 - K_{\Gamma} = W_T \Rightarrow \frac{1}{2}m_1u_1^2 - \frac{1}{2}m_1u_{\Gamma}^2 = -\mu m_1gS \Rightarrow u_1 = \sqrt{u_{\Gamma}^2 - 2\mu m_1g} = 8m/s$

Απο τις σχέσεις της κεντρικής ελαστικής κρούσης και θεωρώντας ως θετική φορά αυτήν προς τα δεξιά έχουμε:

$$u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}u_1 + \frac{2m_2}{m_1 - m_2}u_2 = \frac{m_1 - 3m_1}{m_1 + 3m_1} \cdot 8 + \frac{2 \cdot 3m_1}{m_1 + 3m_1}(-4) = -10m/s \quad \text{δηλαδή μετά την}$$

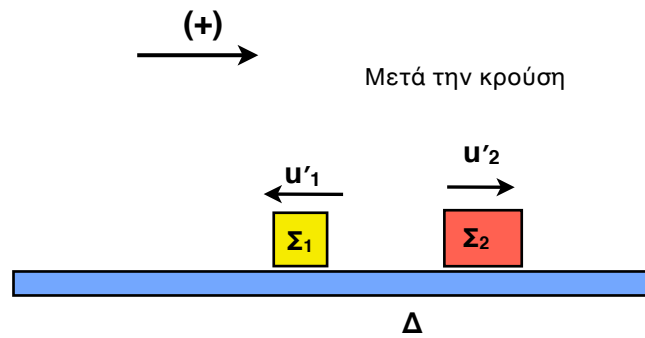
κρούση το Σ_1 θα κινηθεί προς τα αριστερά. Για το μέτρο της ταχύτητας του είναι:

$|u_1'| = 10m/s$. Αντίστοιχα τώρα για το m_2 έχουμε:

$$u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}u_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + 3m_1} \cdot 8 + \frac{3m_1 - m_1}{m_1 + 3m_1}(-4) = +2m/s \quad \text{δηλαδή θα κινηθεί}$$

προς τα δεξιά μετά την κρούση ,άρα $|u_2'| = 2m/s$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ "ΕΙΡΜΟΣ"



Γ3. Η μεταβολή της ορμής για το σώμα m_2 είναι:

$$\vec{\Delta p}_2 = \vec{p}_{2 \text{ τελ}} - \vec{p}_{2 \text{ αρχ}}$$

ή αλγεβρικά $\Delta p_2 = m_2 u_2' - m_2 u_2 = 3\text{Kg} \cdot (+2\text{m/s}) - 3\text{Kg} \cdot (-4\text{m/s}) = +18\text{Kgm/s}$

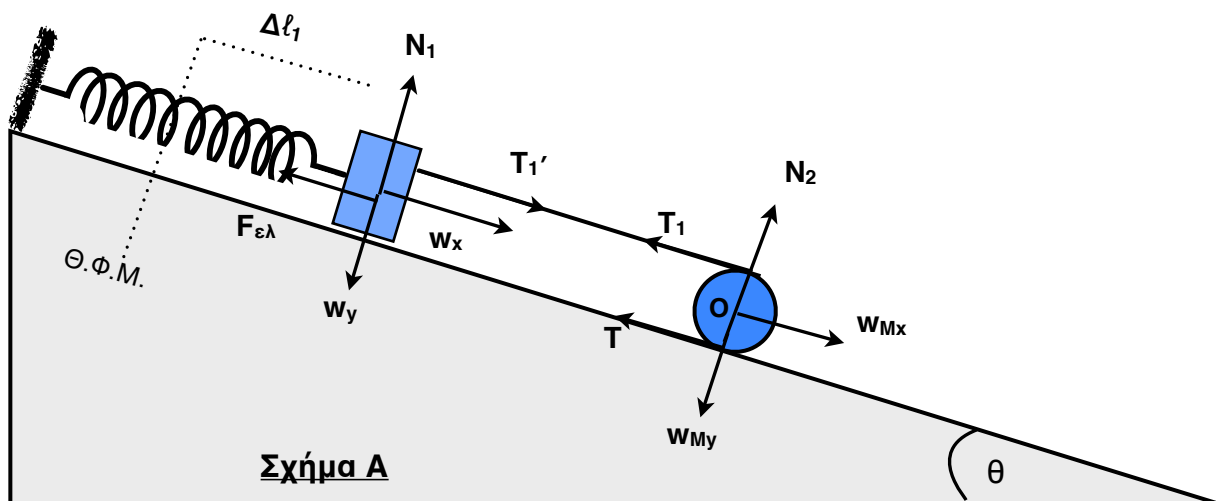
Δηλαδή το διάνυσμα της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 έχει κατεύθυνση προς τα δεξιά.

Γ4. Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 είναι:

$$\Pi\% = \frac{K_1' - K_1}{K_1} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_1 u_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 u_1^2}{\frac{1}{2} m_1 u_1^2} \cdot 100\% = \left(\frac{u_1'^2}{u_1^2} - 1 \right) \cdot 100\% = 56,25\%$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Στο σχήμα Α έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που εξασκούνται στα σώματα. Απο τη συνθήκη περιστροφικής ισορροπίας του κυλίνδρου προκύπτει:

$$\Sigma \tau_O = 0 \Rightarrow TR - T_1 R = 0 \Rightarrow \underline{T = T_1} \quad (1)$$

Αντίστοιχα από τη συνθήκη ισορροπίας $\Sigma F_x = 0$ για τον κύλινδρο θα έχουμε:

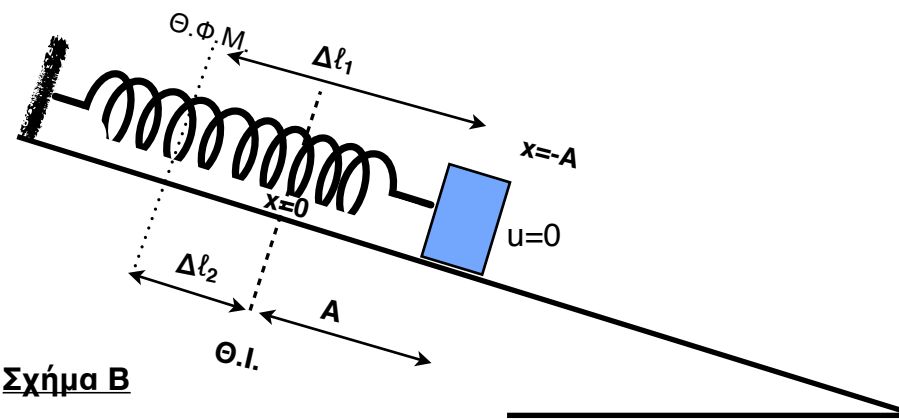
$$T + T_1 - w_{Mx} = 0 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} Mg\eta\mu 30^\circ = 2T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{Mg\eta\mu 30^\circ}{2} = 5N$$

Από την ισορροπία του σώματος m , που είναι δεμένο στο άκρο του ελατηρίου προκύπτει:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -T_1' - mg\eta\mu 30^\circ + F_{ελ} = 0 \quad \text{όπου } T_1' = T_1 \text{ λόγω αβαρούς νήματος.}$$

$$\text{Επομένως } k\Delta\ell_1 = T_1 + \frac{mg}{2} \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{T_1 + \frac{mg}{2}}{k} = 0,1m$$

Δ2. Τη στιγμή $t=0$ που κόβεται το νήμα το σώμα μάζας m έχει μηδενική ταχύτητα και βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση. Η θέση ισορροπίας (Θ.Ι.) της α.α.τ. που θα εκτελέσει, βρίσκεται ψηλότερα και απέχει απόσταση $\Delta\ell_2$ από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου (σχήμα Β). Το πλάτος της ταλάντωσης θα προκύψει από τη σχέση: $\underline{A = \Delta\ell_1 - \Delta\ell_2} \quad (2)$



Σχήμα Β

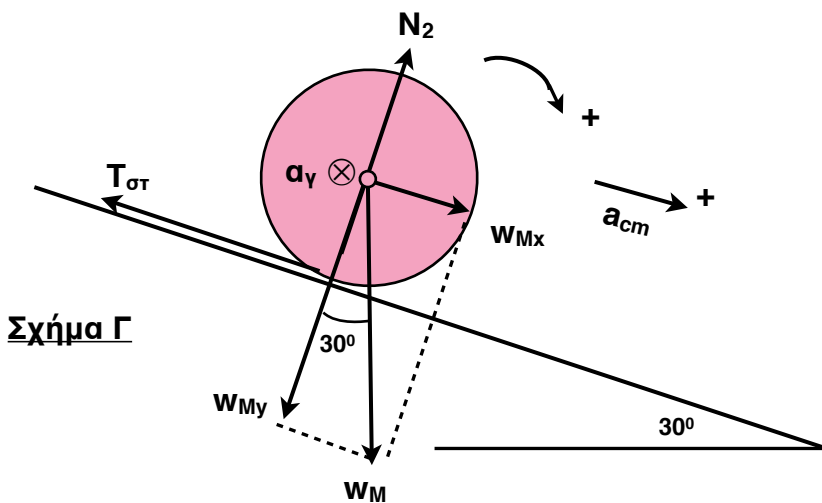
Εφαρμόζοντας τη $\Sigma F_x = 0$ για τη Θ.Ι. έχουμε: $k\Delta\ell_2 = mg\eta\mu 30^\circ \Rightarrow \Delta\ell_2 = 0,05m$

$$\text{Αρα } (2) \Rightarrow A = 0,1m - 0,05m = 0,05m$$

Τη $t=0$ είναι $x = -A$ επομένως $-A = A\eta\mu\varphi_0$ ή $\eta\mu\varphi_0 = -1$ ή $\varphi_0 = 3\pi/2 \text{ rad}$ και

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ rad/s} \quad \text{δηλ. } \Sigma F = -kA\eta\mu(\omega t + \varphi_0) = -5\eta\mu(10t + \frac{3\pi}{2}) \text{ στο Σ.Ι.}$$

Δ3. Ο κύλινδρος εκτελεί σύνθετη κίνηση με την επίδραση των δυνάμεων που φαίνονται στο σχήμα Γ. Με εφαρμογή του θεμελιώδους νόμου περιστροφικής κίνησης έχουμε:



$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma} \Rightarrow T_{\sigma t} R = \frac{1}{2} MR^2 \alpha_{\gamma} \xrightarrow[\text{κ.χ.ο.}]{a_{cm} = \alpha_{\gamma} \cdot R} T_{\sigma t} = \frac{1}{2} Ma_{cm} \quad (3)$$

Από το 2^ο νόμο Νεύτωνα για την μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου προκύπτει:

$$\Sigma F_x = Ma_{cm} \Rightarrow Mg \eta \mu 30^{\circ} - T_{\sigma t} = Ma_{cm} \xrightarrow{(3)} Mg \eta \mu 30^{\circ} - \frac{1}{2} Ma_{cm} = Ma_{cm} \quad \text{ή} \quad a_{cm} = \frac{10}{3} m/s^2 \quad \text{και}$$

$$\alpha_{\gamma} = \frac{a_{cm}}{R} = \frac{100}{3} \text{ rad/s}^2 \quad (4)$$

Από τις χρονικές εξισώσεις της ομαλά μεταβαλλόμενης περιστροφικής έχουμε:

$$\omega = \alpha_{\gamma} t \quad \text{και} \quad \Delta \theta = \alpha_{\gamma} t^2 / 2. \quad \text{Με απαλοιφή του χρόνου προκύπτει:} \quad \Delta \theta = \frac{\omega^2}{2\alpha_{\gamma}} \quad (5).$$

Η γωνιακή μετατόπιση $\Delta \theta$ είναι: $\Delta \theta = 2\pi \cdot N = 24 \text{ rad}$ (6)

$$(5) \xrightarrow{(4)} \omega = \sqrt{2 \cdot \alpha_{\gamma} \cdot \Delta \theta} = 40 \text{ rad/s} \quad \text{και} \quad L = I \cdot \omega = \frac{1}{2} MR^2 \cdot \omega = 0,4 \text{ Kgm}^2 / \text{s}$$

Δ4. Ο κύλινδρος διατηρεί τη μηχανική του ενέργεια σταθερή καθώς κυλά χωρίς να ολισθαίνει κατα μήκος του κεκλιμένου επιπέδου. Από τις δυνάμεις που εξασκούνται πάνω του, η βαρυτική είναι συντηρητική ενώ το έργο της στατικής

τριβής είναι μηδενικό μιας και αυτή δεν μπορεί να μετατοπίσει το σημείο εφαρμογής της. Άρα $E_{μηχ} = \text{σταθ.}$ και $\frac{dE_{μηχ}}{dt} = 0$.

$$\frac{dK}{dt} = \frac{d(E_{μηχ} - U_B)}{dt} = \frac{dE_{μηχ}}{dt} - \frac{dU_B}{dt} = -\frac{d(Mg\Delta h)}{dt} = -(-Mg\eta\mu 30^\circ u_{cm}) = +2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3} \cdot 3J/s = 100J/s$$

Η αλλιώς:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dK_{περ}}{dt} + \frac{dK_{μετ}}{dt} = \Sigma F \cdot u_{cm} + \Sigma \tau \cdot \omega = (Mg\eta\mu 30^\circ - T_{\sigma\tau}) \cdot u_{cm} - T_{\sigma\tau} \cdot R \cdot \omega = Mg\eta\mu 30^\circ \cdot u_{cm}$$

όπου $u_{cm} = a_{cm} \cdot t = 10/3 \cdot 3 = 10\text{m/s}$. Άρα: $\frac{dK}{dt} = Mg\eta\mu 30^\circ \cdot u_{cm} = 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 = 100J/s$

Επιμέλεια Φραγκουλίδης Παντελής