ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ 2017

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολ. Βιβλίο σελ. 31

Α2. Σχολ. Βιβλίο σελ. 14

Α3. Σχολ. Βιβλίο σελ. 72

Α4. α) Σωστό

β) Λάθος

γ) Λάθος

δ) Σωστό

ε) Λάθος

ΘΕΜΑ Β

x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$
1	2	2
3	3	9
5	4	20
9	1	9
ΣΥΝΟΛΟ	$v=10$	40

Β1.

α. $\bar{x}=\frac{1}{v}\cdot\sum_{i=1}^{4}x_i\cdot v_i=\frac{1}{1\cancel{0}}\cdot 4\cancel{0}=4$

β. Οι παρατηρήσεις είναι: 1, 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 9

Άρα η διάμεσος είναι: $\delta=\frac{5^{\eta}+6^{\eta}}{2}=\frac{3+5}{2}=\frac{8}{2}=4$

γ. $s^2=\frac{1}{v}\cdot\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})^2\cdot v_i=\frac{(x_1-\bar{x})^2\cdot v_1+(x_2-\bar{x})^2\cdot v_2+(x_3-\bar{x})^2\cdot v_3+(x_4-\bar{x})^2\cdot v_4}{v}$

$=\frac{(1-4)^2\cdot 2+(3-4)^2\cdot 3+(5-4)^2\cdot 4+(9-4)^2\cdot 1}{v}$

$=\frac{3^2\cdot 2+1^2\cdot 3+1^2\cdot 4+5^2\cdot 1}{10}=\frac{9\cdot 2+1\cdot 3+1\cdot 4+25\cdot 1}{10}=\frac{18+3+4+25}{10}=\frac{50}{10}=5$

Β2.

$s=\sqrt{s^2}=\sqrt{5}$

$CV=\frac{s}{|\bar{x}|}\frac{\sqrt{5}}{4}=\frac{\sqrt{5}\cdot 25}{4\cdot 25}=\frac{\sqrt{5}\cdot 25}{100}=\sqrt{5}\cdot 25\%$

Όμως $\sqrt{5}>\sqrt{4}\Leftrightarrow\sqrt{5}>2\Leftrightarrow\sqrt{5}\cdot 25>2\cdot 25\Leftrightarrow\sqrt{5}\cdot 25>50>10$

Δηλαδή $CV>10\%$, άρα το δείγμα <u>δεν</u> είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

$f(x)=x^2-x+1$, με πεδίο ορισμού το $D_f=R$

Γ1.

Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη ως πολυωνυμική με:

$f'(x)=2x-1$

$f'(x)=0\Leftrightarrow 2x-1=0\Leftrightarrow 2x=1\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

$f'(x)>0\Leftrightarrow 2x-1>0\Leftrightarrow 2x>1\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$

$f'(x)<0\Leftrightarrow 2x-1<0\Leftrightarrow 2x<1\Leftrightarrow x<\frac{1}{2}$

Άρα έχουμε τον πίνακα:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\searrow$	Ο.Ε	$\nearrow$	

Άρα η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$ και γνησίως αύξουσα στο $\left[\left(\frac{1}{2},+\infty\right]\right)$, επομένως η f παρουσιάζει στο $x=\frac{1}{2}$ τοπικό ελάχιστο το

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{1+2}{4}=\frac{3}{4}$$

Μάλιστα το $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}$ είναι ολικό ελάχιστο.

Γ2.

$f(2)=2^2-2+1=4-1=3$

$f'(2)=2\cdot 2-1=4-1=3$

Η εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της C_f στο σημείο στο σημείο $A(2,f(2))$ είναι:

$y-f(2)=f'(2)\cdot(x-2)\Leftrightarrow y-3=3\cdot(x-2)$

$\Leftrightarrow y=3x-6+3\Leftrightarrow y=3x-3$

Γ3.

$(\varepsilon): y=3x-3$

Για $y=0$ έχουμε: $0=3x-3\Leftrightarrow 3x=3\Leftrightarrow x=1$

Άρα το σημείο τομής της (ε) με τον άξονα $x'x$ είναι το $B(1,0)$

Για $x=0$ έχουμε: $y=3\cdot 0-3\Leftrightarrow y=-3$

Άρα το σημείο τομής της (ε) με τον άξονα $y'y$ είναι το $\Gamma(0,-3)$

Γ4.

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{f(x)}-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x-1}$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)\cdot\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}{(x-1)\cdot\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}$$

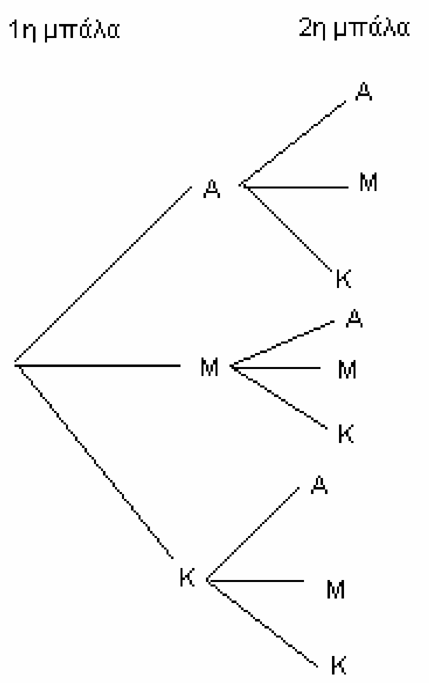
$$=\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)^2-1^2}{(x-1)\cdot\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x+1-1}{(x-1)\cdot\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x}{(x-1)\cdot\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{x(x-1)}{(x-1)\cdot\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{x}{\sqrt{x^2-x+1}+1}=\frac{1}{\sqrt{1^2-1+1}+1}=\frac{1}{\sqrt{1}+1}=\frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Ο δειγματικός χώρος του πειράματος είναι:
$\{ΑΑ, ΑΜ, ΑΚ, ΜΑ, ΜΜ, ΜΚ, ΚΑ, ΚΜ, ΚΚ\}$

Δ2.

$Α = \{ΑΜ, ΜΜ, ΚΜ\}$

$Β = \{ΑΜ, ΑΚ, ΜΑ, ΜΚ, ΚΑ, ΚΜ\}$

Δ3.

α.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$A \cap B = \{AM, KM\}$$

$P(A \cap B)=\frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)}=\frac{2}{9}$

$P(B)=\frac{N(B)}{N(\Omega)}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

$P(A-B)=P(A)-P(A \cap B)=\frac{1}{3}-\frac{2}{9}=\frac{3-2}{9}=\frac{1}{9}$

$P(A-B)=P(B)-P(A \cap B)=\frac{2}{3}-\frac{2}{9}=\frac{6-2}{9}=\frac{4}{9}$

β. Το ενδεχόμενο Γ είναι ασυμβίβαστο με το ενδεχόμενο Α και με το ενδεχόμενο Β, άρα δεν έχει κανένα κοινό στοιχείο με τα Α, Β. Επομένως το Γ μπορεί να περιέχει το πολύ δύο στοιχείο του Ω, τα ΑΑ, ΚΚ .

Άρα η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να έχει η πιθανότητα $P(\Gamma)$ είναι $\frac{2}{9}$, δηλαδή $P(\Gamma) \leq \frac{2}{9}$.