

ΘΕΜΑ Α**A1.** γ**A2.** δ**A3.** α**A4.** δ**A5.** Λ,Σ,Λ,Σ,Λ**ΘΕΜΑ Β****B1.** Σωστό το i

Η απόσταση του σημείου Σ από την πηγή Π₂ προσδιορίζεται από το

$$\text{πυθαγόρειο θεώρημα: } d_2 = \sqrt{d_1^2 + d^2} = \sqrt{(2\lambda_1)^2 + \left(\frac{3\lambda_1}{2}\right)^2} = \frac{5}{2}\lambda_1$$

Αρχικά για τη διαφορά των αποστάσεων d₁ και d₂ από τις δύο πηγές έχουμε:

$$d_2 - d_1 = \frac{5}{2}\lambda_1 - 2\lambda_1 = \frac{\lambda_1}{2} = (2 \cdot 0 + 1) \frac{\lambda_1}{2} \quad (1), \text{ δηλαδή προκύπτει ένα περιττό πολ/σιο}$$

του μισού μήκους κύματος και το σημείο Σ θα είναι σημείο ακυρωτικής συμβολής. (Για την ακρίβεια θα βρίσκεται στην πρώτη υπερβολή απόσβεσης αριστερά της μεσοκαθέτου του Π₁Π₂).

Μετά το διπλασιασμό της συχνότητας το μήκος κύματος θα γίνει:

$$\lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2} \text{ υδ=σταθ. (2)}$$

Για τη διαφορά των αποστάσεων d₁, d₂ στη νέα κατάσταση θα έχουμε απο

$$(1) \text{ και } (2) \quad d_2 - d_1 = \frac{\lambda_1}{2} = \frac{2\lambda_2}{2} = 1 \cdot \lambda_2 \quad \text{δηλαδή το σημείο Σ ικανοποιεί τη συνθήκη}$$

ενισχυτικής συμβολής και θα ταλαντώνεται με πλάτος διπλάσιο από αυτό των πηγών.

B2. Σωστό το iii

Κατά τη διάρκεια της κυκλικής κίνησης του σφαιριδίου η στροφορμή του παραμένει σταθερή μιας και η δύναμη F αλλά και το βάρος του δεν δημιουργούν ροπή ως προς τον κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο Κ. Επομένως με την εφαρμογή της Α.Δ.Σ. έχουμε:

13-06-2018

$$mR^2\omega = m\frac{R^2}{4}\omega' \Rightarrow \omega' = 4\omega \quad \text{δηλαδή η γωνιακή ταχύτητα του σφαιριδίου}$$

τετραπλασιάστηκε. Με την εφαρμογή του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας προκύπτει:

$$\Delta K = W_F \Rightarrow \frac{1}{2}m\frac{R^2}{4}(4\omega)^2 - \frac{1}{2}mR^2\omega^2 = \frac{3}{2}mR^2\omega^2$$

B3. Σωστό το i

Το βεληνεκές 4h προκύπτει από τη σχέση :

$$4h = u_{\Delta} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow u_{\Delta} = \frac{4h}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} = \sqrt{8gh} \quad \eta' \quad u_{\Delta}^2 = 8gh \Rightarrow h = \frac{u_{\Delta}^2}{8g} \quad (1)$$

Απο εξίσωση συνέχειας για τα σημεία Γ και Δ έχουμε :

$$A_{\Gamma}u_{\Gamma} = A_{\Delta}u_{\Delta} \quad \eta' \quad u_{\Delta} = 2u_{\Gamma} \quad (2)$$

Εφαρμόζουμε τώρα την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Γ και Δ της ίδιας ρευματικής γραμμής ,θεωρώντας ως στάθμη μηδενισμού της δυναμικής ενέργειας ανα μονάδα όγκου την οριζόντια ευθεία που διέρχεται από το Γ:

$$p_{\Gamma} + \frac{1}{2}\rho u_{\Gamma}^2 + 0 = p_{\Delta} + \rho gh + \frac{1}{2}\rho u_{\Delta}^2$$

$$p_{\Gamma} - p_{\Delta} = \frac{1}{2}\rho u_{\Delta}^2 - \frac{1}{2}\rho u_{\Gamma}^2 + \rho gh$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho(2u_{\Gamma})^2 - \frac{1}{2}\rho u_{\Gamma}^2 + \rho g \frac{4 \cdot u_{\Gamma}^2}{8g} = 2\rho u_{\Gamma}^2$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το σώμα μάζας m_1 εκτελεί α.α.τ., σταθεράς $D=k_1$ με την επίδραση της δύναμης του ελατηρίου και φτάνει στη θέση φυσικού μήκους με ταχύτητα

$$\omega \cdot \Delta l = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \cdot \Delta l = 5 \cdot 0,4 = 2 \text{ m/s} , \text{ ελάχιστα πριν την κρούση.}$$

13-06-2018

Η συχνότητα που ανιχνεύει τότε ο δέκτης είναι:

$$f = \frac{u - u_{\max}}{u} \cdot f_s = \frac{340 - 2}{340} \cdot f_s = \frac{338}{340} \cdot f_s \quad (1)$$

Με εφαρμογή της Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση των σωμάτων προκύπτει:

$$m_1 u_{\max} = (m_1 + m_2) u_k \Rightarrow u_k = \frac{u_{\max}}{2} = 1 \text{ m/s}$$

Η συχνότητα που θα καταγράψει ο δέκτης, μετά την κρούση, είναι :

$$f' = \frac{u - u_k}{u} \cdot f_s = \frac{339}{340} \cdot f_s \quad (2)$$

Απο τις σχέσεις (1),(2) προκύπτει: $\frac{f}{f'} = \frac{338}{339}$

Γ2. Η ταχύτητα του συσσωμάτωματος θα είναι η μέγιστη της ταλάντωσης που θα ακολουθήσει δεδομένου ότι η θέση ισορροπίας παραμένει η θέση φυσικού μήκους των ελατηρίων. Θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική επιλέγουμε μια τυχαία θέση για να αποδείξουμε την αναγκαία και ικανή συνθήκη της α.α.τ $\Sigma F = -Dx$:

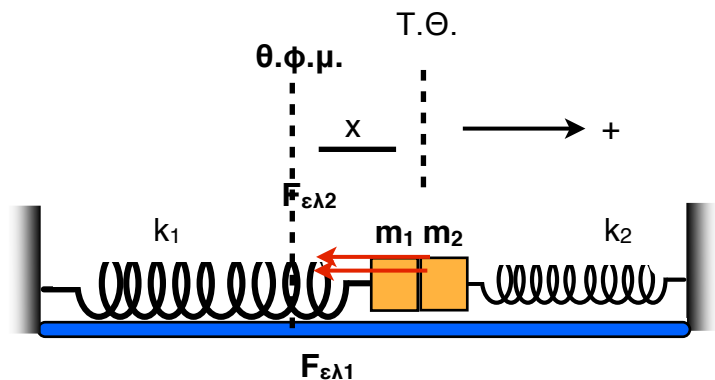
$\Sigma F = -F_{\varepsilon\lambda 1} - F_{\varepsilon\lambda 2} = -kx - kx = -2kx$ άρα α.α.τ. με $D=2k$ και περίοδο

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{2k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,4\pi \text{ s}$$

$$\text{Ισχύει ότι } u_k = \sqrt{\frac{2k}{2m}} \cdot A' \Rightarrow A' = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ m}$$

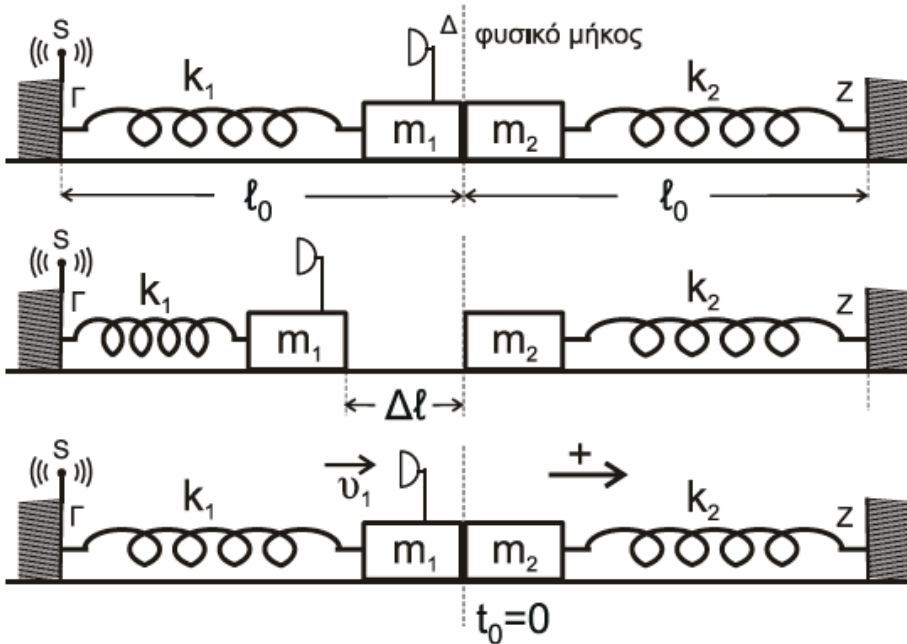
Γ3. Ο δέκτης ηχητικών κυμάτων θα καταγράψει συχνότητα ίση με αυτή της πηγής όταν το συσσωμάτωμα ακινητοποιηθεί για πρώτη φορά, δηλαδή μετά την παρέλευση χρόνου $\Delta t = T/4 = 0,1\pi \text{ s}$

Γ4. Ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της ορμής εμφανίζεται όταν το συσ/μα βρεθεί στην ακραία του θέση, όπου $x = \pm 0,2 \text{ m}$.



13-06-2018

Άρα $\left| \frac{dp}{dt} \right|_{\max} = DA' = 2kA' = 100 \cdot 0,2N = 20N$



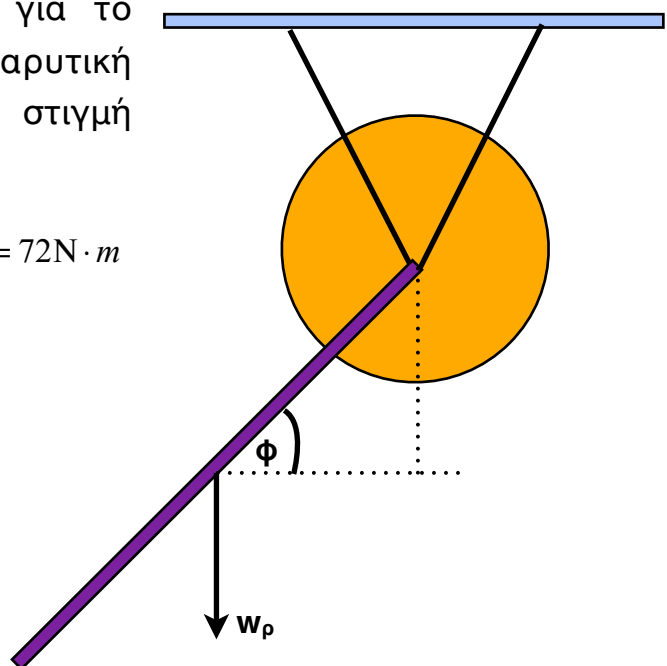
ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Θεώρημα steiner για τη ράβδο : $I_\rho = I_{cm(\rho)} + MI^2/4 = MI^2/3$

$$I_o = I_\rho + I_{cm(\Delta)} = \frac{1}{3} Ml^2 + \frac{1}{2} m_\Delta R_\Delta^2 = 24 + 1 = 25 Kgm^2$$

Δ2. Η μοναδική εξωτερική ροπή για το σύστημα ράβδος-δίσκος είναι η βαρυτική δύναμη της ράβδου. Επομένως τη στιγμή της εκκίνησης θα έχουμε:

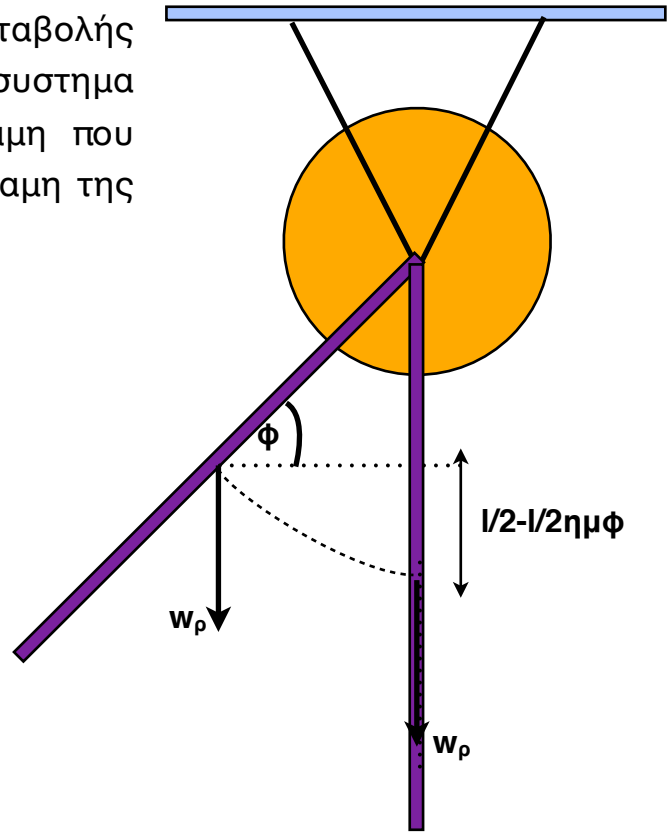
$$\left(\frac{dL}{dt} \right)_{\sigma\sigma\sigma} = \Sigma \tau_{\varepsilon\xi} = Mg \frac{l}{2} \sin\varphi = 8 \cdot 10 \cdot \frac{3}{2} \cdot 0,6 = 72N \cdot m$$



13-06-2018

Δ3. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σύστημα ράβδος- δίσκος. Η μοναδική δύναμη που παράγει έργο είναι η βαρυτική δύναμη της ράβδου:

$$\Delta K = \Sigma W = Mg \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{2} \eta \mu \phi \right) = 24J$$



Δ4. Με εφαρμογή του δευτερου νόμου του νεύτωνα για την μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου:

$$\Sigma F = ma_{cm} \Rightarrow mg \eta \mu \phi - T - T_1 = ma_{cm} \quad (1)$$

Αντίστοιχα απο θεμελιώδη νόμο περιστροφικής θα έχουμε:

$$\Sigma \tau = I_{cm} a_{\gamma(\text{κυλ})} \Rightarrow TR - T_1 R = \frac{1}{2} m R^2 \cdot a_{\gamma(\text{κυλ})}$$

$$\underline{a_{cm} = a_{\gamma(\text{κυλ})} R}$$

$$T - T_1 = \frac{1}{2} m a_{cm} \quad (2)$$

Προσθέτοντας κατα μέλη τις (1) και (2) προκύπτει:

$$mg \eta \mu \phi - 2T_1 = \frac{3}{2} m a_{cm} \quad (3)$$

Για την περιστροφική κίνηση της τροχαλίας θα έχουμε:

$$\Sigma \tau = I_{\text{τροχ}} \alpha_{\gamma(\text{τροχ})} \Rightarrow T_1' R = I_{\text{τροχ}} \alpha_{\gamma(\text{τροχ})} \Rightarrow T_1' = \frac{I_{\text{τροχ}} \alpha_{\gamma(\text{τροχ})}}{R} \quad (4)$$

13-06-2018

Το νήμα είναι αβαρες επομένως $T_1' = T_1$, ενώ τα σημεία Z και M που φαίνονται στο σχήμα πρέπει να έχουν ίσες ταχύτητες. Δηλαδή:

$$u_Z = u_M \Rightarrow 2u_{cm} = u_{\gamma PM} \Rightarrow 2 \frac{du_{cm}}{dt} = \frac{du_{\gamma PM}}{dt} \Rightarrow 2a_{cm} = a_{\gamma(\text{τροχ})} R \quad (5)$$

$$\text{Απο τις (4) και (5) προκύπτει: } T_1 = \frac{2I_{\text{τροχ}} a_{cm}}{R^2} \quad (6)$$

Αντικαθιστώντας την (6) στη (3) θα έχουμε:

$$mg\eta\mu\phi - 2 \frac{2I_{\text{τροχ}} a_{cm}}{R^2} = \frac{3}{2} ma_{cm} \Rightarrow$$

$$30 \cdot 10 \cdot 0,8 = \left(\frac{4 \cdot 1,95}{0,2^2} + \frac{3}{2} \cdot 30 \right) \cdot a_{cm} \Rightarrow$$

$$a_{cm} = 1 \text{ m/s}^2$$

Με την απαλοιφή του χρόνου από τις εξισώσεις κίνησης στην ομαλα επιταχυνόμενη προκύπτει ότι:

$$u_{cm} = \sqrt{2a_{cm}s} = 2 \text{ m/s}$$

Επιμέλεια: Φραγκουλίδης

Παντελής

“ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΙΡΜΟΣ”

